Οι διακυμάνσεις της μαγνήτισης σαν ιχνηλάτες χαοτικής συμπεριφοράς σε μαγνητικά υλικά–ψάχνοντας το μέτρο τους

Σταμάτης Νίκολης

CNRS–Institut Denis–Poisson(UMR7013)
Département de Physique, Université de Tours, Université d'Orléans
Parc Grandmont, 37200 Tours, France

25ο Θερινό Σχολείο–Συνέδριο Δυναμικά Συστήματα και Πολυπλοκότητα
9-17 Ιουλίου 2018 ΕΚΕΦΕ 'Δημόκριτος'

Outline

Αναφορές

Σε συνεργασία με Pascal Thibaudeau (CEA Le Ripault), Julien Tranchida (LMPT, CEA Le Ripault) και Thomas Nussle (LMPT/IDP, CEA Le Ripault)

1) A group action principle for Nambu dynamics of spin degrees of freedom By Stam Nicolis, Pascal Thibaudeau, Thomas Nussle. arXiv:1801.03405 [cond-mat.mes-hall].
2) Coupling magneto-elastic Lagrangians to spin transfer torque sources By Thomas Nussle, Pascal Thibaudeau, Stam Nicolis. arXiv:1711.08062 [cond-mat.mes-hall].
3) Nambu mechanics for stochastic magnetization dynamics By Pascal Thibaudeau, Thomas Nussle, Stam Nicolis. arXiv:1610.04598 [cond-mat.mes-hall]. 10.1016/j.jmmm.2017.01.088. J.Magn.Magn.Mater. 432 (2017) 175-180.

Αναφορές

4) Finite-dimensional colored fluctuation-dissipation theorem for spin systems By Stam Nicolis, Pascal Thibaudeau, Julien Tranchida. arXiv:1610.01622 [cond-mat.stat-mech]. 10.1063/1.4975132. AIP Adv. 7 (2017) 056012.
5) Probing the hue of the stochastic magnetization dynamics By Stam Nicolis, Julien Tranchida, Pascal Thibaudeau. arXiv:1607.01616 [cond-mat.stat-mech]. 10.1088/1742-6596/738/1/012005. J.Phys.Conf.Ser. 738 (2016) no.1, 012005.
6) A functional calculus for the magnetization dynamics By Julien Tranchida, Pascal Thibaudeau, Stam Nicolis. arXiv:1606.02137 [cond-mat.stat-mech].

Αναφορές

7) Colored-noise magnetization dynamics: from weakly to strongly correlated noise By Julien Tranchida, Pascal Thibaudeau, Stam Nicolis. arXiv:1511.02008 [cond-mat.stat-mech]. 10.1109/TMAG.2016.2527362. IEEE Trans.Magnetics 52 (2016) no.7, 1300504.
8) Closing the hierarchy for non-Markovian magnetization dynamics By Julien Tranchida, Pascal Thibaudeau, Stam Nicolis. arXiv:1506.00544 [cond-mat.stat-mech]. 10.1016/j.physb.2015.10.012. Physica B486 (2016) 57.
9) Quantum Magnets and Matrix Lorenz Systems By J Tranchida, P Thibaudeau, S Nicolis. arXiv:1504.06161 [math.MP]. 10.1088/1742-6596/574/1/012146. J.Phys.Conf.Ser. 574 (2015) 012146.

Γενικό Πλαίσιο

Τα μαγνητικά υλικά είναι προφανούς σημασίας γιά την καθημερινή ζωή. Η τεχνολογική πρόοδος επιβάλλει εφεύρεση νέων μεθόδων περιγραφής της συμπεριφοράς τους, καθότι οι συνθήκες λειτουργίας τους ξεπερνούν τις συνήθεις προσεγγίσεις.
Μέχρι τώρα τα κβαντικά, θερμικά και τα χαοτικά φαινόμενα μπορούσαν να μελετηθούν ξεχωριστά.
Θα προσπαθήσουμε να καταλάβουμε πώς είναι δυνατό να περιγραφούν μαζί.
Αυτά τα ζητήματα παρουσιάζονται ιδιαίτερα χτυπητά στους λεγόμενους νανομαγνήτες.
Το βασικό εργαλείο θα είναι η στατιστική περιγραφή του χώρου των καταστάσεων της μαγνήτισης μέσω της πυκνότητας πιθανότητας $P(\boldsymbol{m}, t)$ και του ορίου της, εν ισορροπία, $P_{\mathrm{eq}}(\boldsymbol{m}) = \lim_{t\to\infty} P(\boldsymbol{m}, t)$.

Κλασσικά και κβαντικά φαινόμενα διαταραχών μαγνήτισης

Χαρακτηρίζονται από κλίμακες ενέργειας:

- Θερμικές διαταραχές: $k_{\mathrm{B}}T$.
- Διαταραχές αταξίας: ν-στοχαστικές διακυμάνσεις μαγνητικών πεδίων και ατελειών των υλικών.
- Χαοτικές διαταραχές: Λόγω μη γραμμικής απόκρισης της μαγνήτισης στο μαγνητικό πεδίο.

Ο μαγνητισμός είναι κβαντικό φαινόμενο. Με τη μείωση του μεγέθους των μαγνητικών συσκεών, αρχίζουν οι

- Κβαντικές διαταραχές, με κλίμακα $\hbar\omega$, να γίνονται αισθητές. Σε αντίθεση με τις κλασσικές πηγές διαταραχών, οι κβαντικές δεν μπορούν να περιγραφούν από μεγάλο αριθμό συνηθισμένων βαθμών ελευθερίας.

Larmor precession

$$\frac{d\boldsymbol{m}}{dt} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{\omega}$$

Αυτή είναι γραμμική εξίσωση, που μπορεί να λυθεί σε κλειστή μορφή, γιά σταθερό $\boldsymbol{\omega}$.
Αυτή η εξίσωση δεν περιγράφει Hamiltonian δυναμική, αλλά Nambu δυναμική:

$$\frac{d\boldsymbol{m}}{dt} = \{\boldsymbol{m}, H_1, H_2\}$$

με $H_2 = ||\boldsymbol{m}||^2/2$ και $H_1 = \boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{\omega}$ διατηρήσιμες ποσότητες και η αγκύλη Nambu ορίζεται από την σχέση:

$$\{f(\boldsymbol{m}), g(\boldsymbol{m}), h(\boldsymbol{m})\} \equiv \varepsilon^{IJK}\partial_I f \partial_J g \partial_K h$$

Τριβή

Αλληλεπιδράσεις, που περιγράφουν τριβή, μπορούν να αναπαρασταθούν από διανυσματικά πεδία, $\boldsymbol{D}[\boldsymbol{m}]$,

$$\frac{d\boldsymbol{m}}{dt} = \{\boldsymbol{m}, H_1, H_2\} + \boldsymbol{D}[\boldsymbol{m}]$$

τα οποία δεν μπορούν να απαλειφούν, ορίζοντας νέα αγκύλη Nambu.
Μή γραμμική απόκριση μπορεί να περογραφεί με πιό πολύπλοκες Χαμιλτονιανές συναρτήσεις.
Η συνεισφορά εξωτερικών ροπών, σε συνδυασμό με μη γραμμική απόκριση, μπορεί να οδηγήσει σε χαοτικά φαινόμενα. Το τυπικό παράδειγμα είναι το μοντέλο των Bloch–Bloembergen.

Bloch–Bloembergen

Το μοντέλο των Bloch–Bloembergen μπορεί να οριστεί ώς έξής:

$$\begin{aligned}
\frac{dm_1}{dt} &= (\eta_2-\eta_3)m_2 m_3 - \beta_2 m_3 + \beta_3 m_2 - \frac{m_1}{\tau_1}\\
\frac{dm_2}{dt} &= (\eta_3-\eta_1)m_3 m_1 - \beta_3 m_1 + \beta_1 m_3 - \frac{m_2}{\tau_2}\\
\frac{dm_3}{dt} &= (\eta_1-\eta_2)m_1 m_2 - \beta_1 m_2 + \beta_2 m_1 - \frac{m_3}{\tau_3}
\end{aligned}$$

Άσκηση: *Πώς μπορούν αυτές οι εξισώσεις να γραφούν υπό μορφή Nambu ; Τι ελευθερία υπάρχει στον προσδιορισμό των Χαμιλτονιανών και του όρου τριβής και εξωτερικής ροπής;*

Φαίνεται Bloch–Bloembergen–είναι Lorenz

Με την επιλογή:

$$\boldsymbol{\eta} = (2,1,1) \qquad \boldsymbol{\beta} = (0,0,\sigma) \qquad \boldsymbol{\tau} = (1/\sigma, 1, 1/b)$$
$$d = -b(r+\sigma)$$

και την αλλαγή μεταβλητών:

$$\boldsymbol{m} = (x, y, z - r - \sigma)$$

οι εξισώσεις του μοντέλου Bloch–Bloembergen γράφονται υπό την μορφή:

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x)$$
$$\frac{dy}{dt} = x(r - z) - y$$
$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

που αναγνωρίζουμε ως τις εξισώσεις του μοντέλου του Lorenz!

Η σημασία της ισοδυναμίας Bloch–Bloembergen και Lorenz

Το μοντέλο των Bloch–Bloembergen φαίνεται να περιγράφει την αλληλεπίδραση μιάς ανισότροπης μαγνητικής ροπής με ενα μεγάλο αριθμό βαθμών ελευθερίας, των οποίων το μόνο ενδιαφέρον χαρακηριστικό φαίνεται να είναι οι χρόνοι επανάταξης κάθε συνιστώσας. Η εξωτερική ροπή έχει απλώς σκοπό να επιστρέψει την ροπή που χάνεται λόγω της αλληλεπίδρασης. Αν η επιστροφή μπορούσε να γίνει ακριβώς, το σύστημα θάταν περιοδικό ή περίπου περιοδικό.
Η χαοτική συμπεριφορά κατά Lorenz σημαίνει ότι λίγοι βαθμοί ελευθερίας του περιβάλλοντος, πράγματι, είναι σημαντικοί. Η πυκνότητα πιθανότητας $P_{\mathrm{eq}}(\boldsymbol{m})$ είναι fractal. Αυτή είναι η βασική διαφορά ανάμεσα στο μοριακό και το ντετερμινιστικό χάος.

Κβαντικές διαταραχές

Οι εξισώσεις κίνησης Bloch–Bloembergen ή Lorenz περιγράφουν κλασσική δυναμική-είναι ντετερμινιστικές, παρ΄όλο που ορίζουν μη τετριμμένο μέτρο πυκνότητας πιθανότητας.
Ένας τρόπος να τις φανταστούμε σαν το κλασσικό όριο εξισώσεων κίνησης κβαντικού συστήματος είναι να θεωρήσουμε τις συνιστώσες τις μαγνήτισης σαν μέσες τιμές τελεστών στην κατάλληλη κατάσταση. Γιά την μαγνήτιση οι τελεστές έχει νόημα να τους πάρουμε σε αναπαράσταση της άλγεβρας $U(2) = (SU(2) \times U(1))/\mathbb{Z}_2$. Η κβάντωση τότε μπορεί να περιγραφεί από το γεγονός ότι οι τελεστές δεν μπορούν να δαιγωνοποιηθούν όλοι ταυτόχρονα.

Από αριθμούς σε πίνακες

Γράφουμε $(x, y, z) \to (X, Y, Z)$ με

$$(X, Y, Z) \equiv (x^a T^a, y^a T^a, z^a T^a)$$

όπου T^a οι γεννήτορες της άλγεβρας. Και υιοθετούμε τον κανόνα του Weyl γιά τα γινόμενα:

$$XY \to\to \frac{1}{2}(XY + YX)$$

κ.ο.κ. Οπότε βρίσκουμε το σύστημα εξισώσεων:

$$\frac{dx^a}{dt} = \sigma(y^a - x^a)$$
$$\frac{dy^a}{dt} = -y^a + rx^a - \mathrm{d}^{abc} x^b z^c$$
$$\frac{dz^a}{dt} = -bz^a + \mathrm{d}^{abc} x^b y^c$$

όπου

$$\mathrm{d}^{abc} = \frac{1}{2\kappa}\mathrm{Tr}\left((T^a T^b + T^b T^a) T^c\right)$$

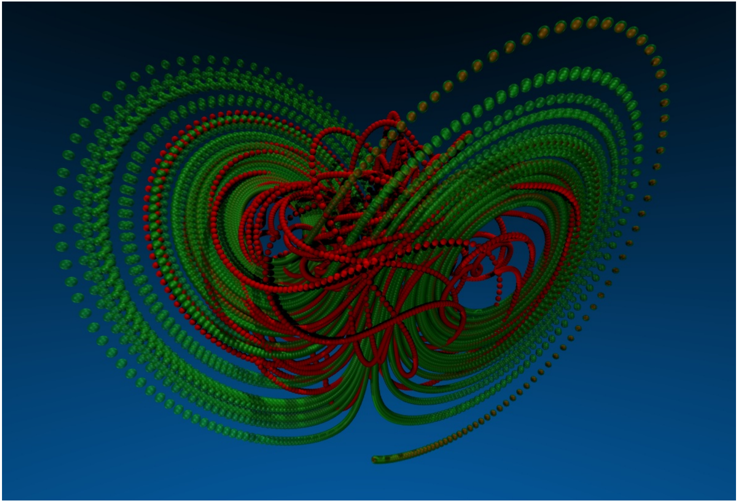
Ασκήσεις

- Γιατί χρειάζεται να συμπεριλάβουμε τον παράγοντα $U(1)$ στην ομάδα των πινάκων;
- Τί αλλάζει αν πάρουμε αναπαραστάσεις μεγαλύτερης διάστασης, δηλ. σπιν, μένοντας στην $SU(2)$;
- Τί αλλάζει αν πάρουμε άλλες άλγεβρες;
- Τί ελευθερία υπάρχει, στην απεικόνιση του συστήματος Bloch–Bloembergen σε μορφή Lorenz;
- Τι αλλάζει αν επιλέξουμε άλλον κανόνα από εκείνον του Weyl γιά να ορίσουμε το γινόμενο δυό τελεστών, λ.χ. αν υιοθετήσουμε τους κανόνες

$$XY \rightarrow aXY + bYX$$

με a, b αυθαίρετες σταθερές·

Κβαντικοί και κλασσικοί ελκυστές



Εναλλακτικές προσεγγίσεις γιά το μέτρο πιθανότητας της μαγνήτισης

Βλ. ιδίως aXiv: 1606.02137, arXiv:1610.01622 (με P. Thibaudeau, J. Tranchida) Ξεκινάμε από την εξίσωση του Langevin

$$\frac{d\boldsymbol{m}}{dt} = -\boldsymbol{A}[\boldsymbol{m}] + \boldsymbol{e}[\boldsymbol{m}]\cdot\boldsymbol{\eta}(t)$$

όπου

$$Z = \int \mathscr{D}[\boldsymbol{\eta}(t)]\, e^{-\frac{1}{2}\int\, dt\, dt'\, \eta(t) G(t-t')\eta(t')}$$

και κάνουμε την αλλαγή μεταβλητών, που περιγράφει η εξίσωση του Langevin. Έτσι βρίσκουμε την συνάρτηση διαμέρισης της μαγνήτισης και, κάνοντας μερικές υποθέσεις επι πλέον, μπορούμε να βρούμε την εξίσωση γιά την πυκνότητα πιθανότητας της μαγνήτισης. Μπορούμε να βρούμε συγκεκριμένα τις συζευγμένες εξισώσεις γιά τις ροπές

$$\frac{d\langle m^I\rangle}{dt} = F_1^I(\langle m^I\rangle, \langle m^I m^J\rangle, \cdots)$$
$$\frac{d\langle m^I m^J\rangle}{dt} = F_2^{IJ}(\langle m^I\rangle, \langle m^I m^J\rangle, \cdots)$$

Η κβάντωση των γραμμικών ροών Nambu

Βλ. ιδιίως arXiv:0901.2638(με M. Αξενίδη και Ε. Φλωράτο), arXiv: 1801.03405(με Th. Nussle, P. Thibaudeau): Η ιδέα είναι να παρατηρήσει κανείς ότι:

- $$\frac{dm^I}{dt} = \left\{m^I, H_1, H_2\right\} = \mathrm{M}^{IJ}m^J \Leftrightarrow m^I(t) = \left[e^{\mathrm{M}}t\right]^{IJ} m^J(0) = [\mathrm{A}^t]^{IJ}\, m^J(0)$$
- A έχει ιδιοδιάνυσμα με ιδιοτιμή 1.
- Από τον πίνακα 3× 3 A κατασκευάζει κανείς τον πίνακα 2× 2 πίνακα $\widetilde{\mathrm{A}}$, από τον οποίον είναι δυνατόν να κατασκευασθεί ο κβαντικός τελεστής εξέλιξης, γιά κάθε αναπαράσταση στροφορμής, που στην κβαντομηχανική παίρνει διακριτές τιμές. Γιά φερμιόνια υπάρχουν ενδιαφέρουσες δυσκολίες.

Προοπτικές

- Υπάρχει μοριακό χάος και ντετερμινιστικό χάος-εδώ μελετήσαμε μιά τάξη συστημάτων, όπου το ντετερμινιστικό χάος είναι το σημαντικό, παρά την φαινομενική παρουσία μοριακού χάους.
- Η φυσική περιγαφή δεν είναι Χαμιλτονιανή, αλλά η γενίκευσή της, από τον Nambu. Ακόμη γνωρίζουμε πολύ λίγα πράγματα γι΄αυτήν.
- Αν μελετήσουμε την συμπεριφορά των μεταθετών, $[X, Y], [Y, Z], [Z, X]$ αριθμητικά, βρισκουμε ότι αυτοί μηδενίζονται, στον ελυστή. Η κβαντική δυναμική φαίνεται να εκτυλίσσεται στην Cartan υποάλγεβρα. Τι συμβαίνει με υπερθέσεις καταστάσεων και πώς μπορούμε να τις χρησιμοποιήσουμε γιά να περιγράψουμε το μη τετριμμένο κλασσικό όριο, τον χαοτικό ελκυστή;

Προοπτικές

- Η εξίσωση γιά την πυκνότητα πιθανότητας γιά την μαγνήτιση, είναι αρκετά περίπλοκη. Γιά πραγματικά υλικά είναι δυνατόν να γίνουν αρκετές προσεγγίσεις, όμως, ώστε να μπορούν να υπολογιστούν με μεγάλη ακρίβεια η δυναμική της επανάταξης της μαγνήτισης.
- Είναι δυατή η ποσοτική μελέτη της δυναμικής επαναφοράς της μαγνήτισης ως διανύσματος, αλληλεπιδρώντας με τον τανυστή παραμόρφωσης ελαστικού μέσου και την επιρροή της στην ταχύτητα επαναφοράς, παρουσία θορύβου (βλ. arXiv:1711.08062)